



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**  
Казенное общеобразовательное учреждение Удмуртской Республики  
«Республиканский центр образования молодёжи»  
(КОУ УР «РЦОМ»)

**ПРИНЯТО**  
педагогическим советом  
Протокол от 29.08.2023 № 01

**СОГЛАСОВАНО**  
на заседании МО учителей  
протокол № 01 « 29 » 08. 2023г.

Зам. директора по УВР  
 Е.А. Стрелкова

**УТВЕРЖДЕНО**  
Директор КОУ УР «РЦОМ»  
Приказ от 30.08.2023 № 19-ОД  
 И.Г. Ворончихина

Программа составлена в соответствии с  
ФГОС ООО, ФОН ООО и ФРП



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**с учетом (ID 314898)**

**учебного курса «Вероятность и статистика»**

для обучающихся 7 – 9 -х классов

Составитель Бабаева Татьяна Васильевна учитель математики и информатики 1 категория  
ФИО занимаемая должность аттестационная категория

Ижевск 2023 г.

## **I. Пояснительная записка**

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, не обходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

Именно поэтому остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе, в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. Помимо этого, при изучении статистики и вероятности обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

## **II. Общая характеристика учебного предмета**

В соответствии с целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении учебного курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В учебный курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

В рамках учебного курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

В 7 – 9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

## **III. Описание места учебного предмета в учебном плане**

На индивидуальное изучение учебного курса «Вероятность и статистика» отводится 5,1 часа: в 7 классе – 1,7 часа (0,05 часа в неделю), в 8 классе – 1,7 часа (0,05 часа в неделю), в 9 классе – 1,7 часа (0,05 часа в неделю).

#### **IV. Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения учебного предмета**

Изучение математики на уровне основного общего образования направлено на достижение обучающимися личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов освоения учебного предмета:

**Личностные результаты** освоения программы учебного курса «Вероятность и статистика» характеризуются:

**1) патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

**2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

**3) трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

**4) эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

**5) ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

**6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

**7) экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

**8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы **метапредметные результаты**, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.

1) **Универсальные познавательные действия** обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

У обучающегося будут сформированы следующие **базовые логические действия** как часть универсальных познавательных учебных действий:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

проводить выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

У обучающегося будут сформированы следующие **базовые исследовательские действия** как часть универсальных познавательных учебных действий:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

У обучающегося будут сформированы **умения работать с информацией** как часть универсальных познавательных учебных действий:

выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

2) **Универсальные коммуникативные действия** обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

У обучающегося будут сформированы **умения общения** как часть универсальных коммуникативных учебных действий:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

У обучающегося будут сформированы **умения сотрудничества** как часть универсальных коммуникативных учебных действий:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) **Универсальные регулятивные действия** обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

У обучающегося будут сформированы **умения самоорганизации** как часть универсальных регулятивных учебных действий:

самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбрать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

У обучающегося будут сформированы **умения самоконтроля** как часть универсальных регулятивных учебных действий:

владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**Предметные результаты** освоения программы учебного курса «Вероятность и статистика»

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **7 классе**.

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.

Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.

Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **8 классе**.

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).

Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.

Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.

Оперировать понятиями: множество, подмножество, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, перечислять элементы множеств, применять свойства множеств.

Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **9 классе**.

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.

Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.

Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.

Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

## **V. Содержание учебного предмета**

### **Содержание обучения в 7 классе**

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Решение задач с помощью графов.

### **Содержание обучения в 8 классе**

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.

Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.

Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.

Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.

Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач на нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.

### **Содержание обучения в 9 классе**

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности.

Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

**VI. Тематическое планирование  
7 класс**

№ урока	Тема урока	Воспитательный потенциал урока	Деятельность обучающихся	Понятия	Домашнее задание
<b>Раздел 1. Представление данных (7 часов)</b>					
1.	Представление данных в таблицах		Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления). Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ	Науки: статистика, теория вероятностей. Таблица как способ представления данных. Ячейка, столбец, строка таблицы. Диаграммы: столбиковые (столбчатые), круговые, «стебель-листья» Демографические диаграммы	§1 прочитать, №13
2.	Извлечение и интерпретация табличных данных				§2 прочитать, №2
3.	Практические вычисления по табличным данным				§3 прочитать, №18
4.	Практическая работа «Таблицы»	Беседа «Мир в цифрах». Военная тематика математических задач.			№21 стр. 17, <a href="https://ptlab.mccme.ru/vertical/">https://ptlab.mccme.ru/vertical/</a>
5.	Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм.				§4, 5 прочитать, №28, №32, №33, <a href="https://resh.edu.ru/subject/lesson/1988/s tart/">https://resh.edu.ru/subject/lesson/1988/s tart/</a>
6.	Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм				§6 прочитать, №38
7.	Практическая работа «Диаграммы»				№36 стр. 27, <a href="https://ptlab.mccme.ru/vertical/">https://ptlab.mccme.ru/vertical/</a>
<b>Раздел 2. Описательная статистика (8 часов)</b>					
8.	Числовые наборы. Среднее арифметическое		Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. Описывать статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи.	Числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана Наибольшее и наименьшее	§7 прочитать, №42
9.	Решение задач по теме «Среднее арифметическое»				№49
10.	Медиана числового набора.				§8



	Устойчивость медианы.		Изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ. Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах. Решать задачи на выбор способа описания данных в соответствии с природой данных и целями исследования. Контролировать и оценивать свою работу. Ставить цели на следующий этап обучения	значение. Размах	прочитать, №58
11.	Решение задач по теме «Медиана. Устойчивость медианы»				№60, 62
12.	Практическая работа «Средние значения»				№63 стр. 39, <a href="https://ptlab.mccme.ru/vertical">https://ptlab.mccme.ru/vertical</a>
13.	Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах				§9 прочитать, №66, 69
14.	Решение задач по теме «Наибольшие и наименьшие значения числового набора. Размах»				§10 прочитать, №77, <a href="https://www.yaklass.ru/p/algebra/9-klasse/elementy-kombinatoriki-statistiki-i-teorii-veroiatnostei-10205/elementy-statistiki-metody-obrabotki-informatcii-10215">https://www.yaklass.ru/p/algebra/9-klasse/elementy-kombinatoriki-statistiki-i-teorii-veroiatnostei-10205/elementy-statistiki-metody-obrabotki-informatcii-10215</a>
15.	Контрольная работа по темам «Представление данных. Описательная статистика»				
<b>Раздел 3. Случайная изменчивость (6 часов)</b>					

16.	Анализ контрольной работы. Случайная изменчивость (примеры).		Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки. Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы. Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки.	Частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма	§11, 12 прочитать, №88, 94, <a href="https://events.prosv.ru/uploads/2023/06/additions/RhgS2ljgSsYTaAL5ZBtiTDWRgn115agzZOU9PqTh.pdf">https://events.prosv.ru/uploads/2023/06/additions/RhgS2ljgSsYTaAL5ZBtiTDWRgn115agzZOU9PqTh.pdf</a>
17.	Частота значений в массиве данных.	День российской науки	Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки. Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы		§14 прочитать, №97
18.	Группировка				§15 прочитать стр. 62-63, №104
19.	Группировка данных и гистограммы.				§15 прочитать стр. 63-66
20.	Гистограммы				§15 №105
21.	Практическая работа «Случайная изменчивость»				Повторить §11-15, <a href="https://ptlab.mccme.ru/vertical/">https://ptlab.mccme.ru/vertical/</a>
<b>Раздел 4. Введение в теорию графов (4 часа)</b>					
22.	Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа	Олимпиада по математике	Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл. Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф. Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах. Осваивать способы представления задач из	Граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл. Путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф.	§18 прочитать, №119, <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a>

			курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах		
23.	Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин				§19 прочитать, №128
24.	Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа	Игра по математике «День точности!»			§ 20 прочитать, №134
25.	Представление об ориентированных графах				§ 21 прочитать, №146
<b>Раздел 5. Вероятность и частота случайного события (6 часов)</b>					
26.	Случайный опыт и случайное событие.	1 апреля – Международный день математики	Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. Изучать значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных). Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы	Случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие.	§27, ответить на вопросы стр. 109
27.	Вероятность и частота события.	Ломоносовская ассамблея «За страницами школьного учебника».			§28 прочитать, №185
28.	Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе				§30 прочитать
29.	Монета и игральная кость в теории вероятностей				§29 прочитать
30.	Практическая работа «Частота выпадения орла»				§31 прочитать, вопросы стр. 119
31.	Контрольная работа по темам «Случайная изменчивость. Графы. Вероятность случайного события»				
<b>Раздел 6. Обобщение, систематизация знаний (3 часа)</b>					
32.	Анализ контрольной работы. Повторение, обобщение. Представление данных		Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Обсуждать примеры случайных событий, маловероятных и практически достоверных	Диаграммы. Числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. Наибольшее и наименьшее значение. Размах. Частота	Повторить §1-6
33.	Повторение, обобщение. Описательная статистика				Повторить §7-15
34.	Повторение, обобщение. Вероятность случайного события				Повторить §27-29

			случайных событий, их роли в природе и жизни человека	значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. Граф. Случайный опыт и случайное событие	
--	--	--	---	--	--

### 8 класс

№ урока	Тема урока	Воспитательный потенциал урока	Деятельность обучающихся	Понятия	Домашнее задание
<b>Раздел 1. Повторение курса 7 класса (4 часа)</b>					
1.	Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора		Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.	Диаграммы: столбиковые (столбчатые), круговые, «стебель-листья». Числовой набор, мера центральной тенденции	Повторить §1-15
2.	Случайные события. Вероятности и частоты		Решать задачи на представление группированных данных и описание случайной изменчивости.	(мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. Наибольшее и наименьшее значение.	Повторить §27-28
3.	Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость		Решать задачи на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека	Размах. Случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие.	Повторить §29, №193
4.	Входная контрольная работа	Беседа «Мир в цифрах». Военная тематика математических задач.			
<b>Раздел 2. Описательная статистика. Рассеивание данных (4 часа)</b>					
5.	Анализ контрольной работы. Отклонения		Осваивать понятия: дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных.	Дисперсия и стандартное отклонение	§42 прочитать, №302
6.	Дисперсия числового набора		Выдвигать гипотезы об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. Строить диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера		§43, №315, <a href="https://resh.e du.ru/subject/ lesson/3409/s tart/">https://resh.e du.ru/subject/ lesson/3409/s tart/</a>
7.	Стандартное отклонение числового набора				§44 прочитать, №320(в, г)

8.	Диаграммы рассеивания				§45 прочитать, №324(б)
<b>Раздел 3. Множества (5 часов)</b>					
9.	Множество, подмножество		Осваивать понятия: множество, элемент множества, подмножество. Выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение.  Использовать свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использовать графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов	Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение	§32 прочитать, №199, <a href="https://resh.edu.ru/subject/lesson/1553/start/">https://resh.edu.ru/subject/lesson/1553/start/</a>
10.	Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение				§33 стр. 125-126 прочитать
11.	Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения				Повторить свойства, <a href="https://resh.edu.ru/subject/lesson/1986/start/">https://resh.edu.ru/subject/lesson/1986/start/</a>
12.	Графическое представление множеств				§33 стр. 126-128 прочитать, №206
13.	Контрольная работа по темам: «Статистика. Множества»		Контролировать и оценивать свою работу. Ставить цели на следующий этап обучения		
<b>Раздел 4. Вероятность случайного события (6 часов)</b>					
14.	Анализ контрольной работы. Элементарные события. Случайные события		Осваивать понятия: элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события.	Элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события.	§36 прочитать, №234, 244
15.	Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий		Решать задачи на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта.		§37 -38 прочитать, №250, 267
16.	Решение задач по теме:	День российской науки			§39

	«Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий»		Решать задачи на вычисление вероятностей событий в опытах с равновероятными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера. Проводить и изучать опыты с равновероятными элементарными событиями (с использованием монет, игральных костей, других моделей) в ходе практической работы		прочитать, №277, 281	
17.	Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор				§40 прочитать, №290	
18.	Решение задач по теме: «Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор»				№297	
19.	Практическая работа «Опыты с равновероятными элементарными событиями»				§40 прочитать	
<b>Раздел 5. Введение в теорию графов (4 часа)</b>						
20.	Дерево		Осваивать понятия: дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. Изучать свойства дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер.	Дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева.	§46 прочитать, №5	
21.	Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер	Игра по математике «День точности!».				§47, №12
22.	Правило умножения	Олимпиада по математике	Решать задачи на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения		§35 прочитать, №224	
23.	Решение задач по теме «Правило умножения»					§48 прочитать, №23
<b>Раздел 6. Случайные события (7 часов)</b>						
24.	Противоположное событие		Осваивать понятия: взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события. Изучать теоремы о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). Решать задачи, в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и	Взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события. Правило умножения вероятностей, условная	§51 ответить на вопросы стр. 23, №46	
25.	Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий	Ломоносовская ассамблея «За страницами школьного учебника».				№52 прочитать, №65, 68
26.	Несовместные события. Формула сложения вероятностей	1 апреля – Международный день математики				§53 прочитать, №83
27.	Решение задач по теме:					№86, 88,

	«Несовместные события. Формула сложения вероятностей»		пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей. Осваивать понятия: правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события дерево случайного опыта.	вероятность, независимые события дерево случайного опыта.	<a href="https://resh.edu.ru/subject/lesson/2116/start/">https://resh.edu.ru/subject/lesson/2116/start/</a>
28.	Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события		Изучать свойства (определения) независимых событий. Решать задачи на определение и использование независимых событий.		§55 прочитать, №103, 107, <a href="https://resh.edu.ru/subject/lesson/2570/start/">https://resh.edu.ru/subject/lesson/2570/start/</a>
29.	Решение задач по теме «Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события»		Решать задачи на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта		§57 прочитать, №135
30.	Представление случайного эксперимента в виде дерева				§56, №114, 120
<b>Раздел 7. Обобщение, систематизация знаний (4 часа)</b>					
31.	Повторение. Обобщение. Представление данных. Описательная статистика.		Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи с применением графов.	Дисперсия и стандартное отклонение. Множество. Операции над множествами.	Повторить §46-47
32.	Повторение. Обобщение. Графы		Решать задачи на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта. Решать задачи на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на	Элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновероятные элементарные события. Дерево как граф без цикла. Взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна),	Повторить §51, 52, 55

			нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля	совместные и несовместные события.	
33.	Контрольная работа по темам "Случайные события. Вероятность. Графы"		Контролировать и оценивать свою работу. Ставить цели на следующий этап обучения		
34.	Анализ контрольной работы. Повторение, обобщение				

### 9 класс

№ урока	Тема урока	Воспитательный потенциал урока	Деятельность обучающихся	Понятия	Домашнее задание
<b>Раздел 1. Повторение курса 8 класса (4 часа)</b>					
1.	Представление данных. Описательная статистика		Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных.	Дисперсия и стандартное отклонение. Множество. Операции над множествами.	Повторить §1-5, 7, 8, 15
2.	Операции над событиями		Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.	Элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события.	Повторить §36-40
3.	Независимость событий		Решать задачи на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля	Дерево как граф без цикла. Взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события.	Повторить §51-57
4.	Входная контрольная работа	Беседа «Мир в цифрах». Военная тематика математических задач.			
<b>Раздел 2. Элементы комбинаторики (4 часа)</b>					
5.	Анализ контрольной работы. Комбинаторное правило		Осваивать понятия: комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка	Комбинаторное правило умножения, упорядоченная	§59 прочитать,



	умножения		объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля.	пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля.	№140, 142
6.	Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний.		Решать задачи на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.		§60 №149, 152(г-е), <a href="https://resh.edu.ru/subject/lesson/2120/s tart/">https://resh.edu.ru/subject/lesson/2120/s tart/</a>
7.	Треугольник Паскаля		Решать задачи на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона).		§61 прочитать, №167, 180
8.	Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»		Решать, применяя комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы		№183, 186
<b>Раздел 3. Геометрическая вероятность (4 часа)</b>					
9.	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости		Осваивать понятие геометрической вероятности. Решать задачи на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка	Геометрическая вероятность	§62 прочитать, №191
10.	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из отрезка				§63 до примера 1, №197
11.	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из дуги окружности				§63 прочитать, №199
12.	Решение задач по теме «Геометрическая вероятность»				№203
<b>Раздел 4. Испытания Бернулли (6 часов)</b>					
13.	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха		Осваивать понятия: испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. Решать задачи на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы	Испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли.	§64 прочитать, №215
14.	Полугодовая контрольная работа				
15.	Анализ контрольной работы. Решение задач				№218

16.	Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли		суммы геометрической прогрессии. Решать задачи на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли. Изучать в ходе практической работы, в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний Бернулли		§65, 66 прочитать, №223, 229
17.	Решение задач по теме «Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли»				§67, №237
18.	Практическая работа «Испытания Бернулли»				№242, <a href="https://ptlab.mccme.ru/node/188">https://ptlab.mccme.ru/node/188</a>
<b>Раздел 5. Случайная величина (6 часов)</b>					
19.	Случайная величина и распределение вероятностей		Освоить понятия случайной величины: случайная величина, значение, распределение вероятностей. Изучать и обсуждать примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривавшиеся в курсе статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.). Осваивать понятия: математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора. Решать задачи на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. Знакомиться с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний	Случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. Математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора.	§68-69 прочитать, №247, 253(б), <a href="https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2015/11/05/sluchaynye-velichiny">https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2015/11/05/sluchaynye-velichiny</a>
20.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины	День российской науки			§70, 71 прочитать, №257(б), 267
21.	Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины				§72 прочитать, №274
22.	Понятие о законе больших чисел	Олимпиада по математике			§73 прочитать стр. 94
23.	Измерение вероятностей с помощью частот	Игра по математике «День точности!».			§73 прочитать стр. 95-96

24.	Применение закона больших чисел		<p>Бернулли. Изучать частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину. Знакомиться с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности. Решать задачи на измерение вероятностей с помощью частот. Обсуждать роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей. Обсуждать закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека</p>		§73 прочитать стр. 97-98, ответить на вопросы
<b>Раздел 6. Обобщение, контроль (10 часов)</b>					
25.	Обобщение, систематизация знаний. Представление данных	Ломоносовская ассамблея «За страницами школьного учебника».	<p>Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных. Решать задачи на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний</p>	<p>Комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля. Геометрическая вероятность. Испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. Случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. Математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия</p>	Задание на карточке
26.	Обобщение, систематизация знаний. Описательная статистика				Задание на карточке
27.	Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события	1 апреля – Международный день математики			№99
28.	Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события				№110
29.	Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики				№163
30.	Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики				№174
31.	Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и				№274

	распределения			случайной величины как аналог дисперсии числового набора.	
32.	Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения				Подготовиться к контрольной работе
33.	Итоговая контрольная работа		Контролировать и оценивать свою работу. Ставить цели на следующий этап обучения		
34.	Анализ контрольной работы. Обобщение, систематизация знаний.				

## **VII. Описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса**

### **Нормативно-правовые источники составления учебной программы**

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (базовый уровень), утвержденный приказом Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. №1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (с изменениями и дополнениями от 31 мая 2021 г.);
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 07.12.2022 № 568;
3. Федеральная образовательная программа основного общего образования, утвержденная приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18 мая 2023 г. № 370 (зарегистрированная Министерством юстиции Российской Федерации 12 июля 2023г. № 74223);
4. Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) к использованию в общеобразовательном процессе в образовательных учреждениях, реализующих образовательные программы общего образования и имеющих государственную аккредитацию, с учетом утвержденного приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20 мая 2020 г. № 254 на 2022 — 2023 учебный год;
5. Федеральная рабочая программа по математике (для 7 — 9 классов образовательных организаций), М., 2023 г.

### **Учебная и справочная литература**

1. Математика. Вероятность и статистика: 7-9 классы. Базовый уровень: учебник в двух частях. Часть 1. И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И.В. Яценко — М.: Просвещение, 2023.
2. Математика. Вероятность и статистика: 7-9 классы. Базовый уровень: учебник в двух частях. Часть 2. И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И.В. Яценко — М.: Просвещение, 2023.
3. Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень: методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И.В. Яценко — М.: Просвещение, 2023.

### **Электронные источники для использования в учебном процессе**

1. <http://www.prosv.ru> - сайт издательства «Просвещение» (рубрика «Математика»)
2. <https://ptlab.mccme.ru> – Лаборатория методики вероятности и статистики МЦНМО. Сайт поддержки преподавания теории вероятностей и статистики в школе.
3. <https://fipi.ru/> - Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений»

### **Планируемые результаты изучения «Вероятности и статистики»**

Выпускник научится в 7-9 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

#### **7 класс**

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.

Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.

Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

#### **8 класс**

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).

Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.

Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.

Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.

Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

9 класс

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.

Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.

Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

### **Критерии оценивания по «Вероятности и статистике» на базовом уровне образования**

Рекомендации по оценке знаний, умений и навыков учащихся по вероятности и статистике: Опираясь на эти рекомендации, учитель оценивает знания, умения и навыки учащихся с учетом их индивидуальных особенностей.

1. Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой. При проверке усвоения материала нужно выявлять полноту, прочность усвоения учащимися теории и умения применять ее на практике в знакомых и незнакомых ситуациях.

2. Основными формами проверки знаний и умений, учащихся по вероятности и статистике являются письменная контрольная работа и устный опрос.

3. Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты.

Погрешность считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что ученик не овладел основными знаниями, умениями, указанными в программе.

К недочетам относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, которые в программе не считаются основными. Недочетами также считаются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного учеником задания или способа его выполнения: неаккуратная запись, небрежное выполнение чертежа.

Задания для устного и письменного опроса учащихся состоят из теоретических вопросов и задач.

Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а его изложение и письменная запись математически грамотны и отличаются последовательностью и аккуратностью.

Решение задачи считается безупречным, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно, выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

Оценка ответа учащихся при устном и письменном опросе производится по пятибалльной системе. Учитель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии учащегося, за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные учащемуся дополнительно после выполнения им задания.

Итоговые отметки (за тему, четверть, курс) выставляются по состоянию знаний на конец

этапа обучения с учетом текущих отметок.

### **Оценка устных ответов**

Ответ оценивается отметкой «5», если ученик:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил диаграммы, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость использованных при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя.

Возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворен в основном требованиями на отметку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие математического содержания ответа, исправленные по замечанию учителя.
- допущены ошибки или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий и, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

### **Оценка письменных работ**

Отметка «5» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью.
- в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки);

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере.

### **Критерии оценивания практических работ**

Отметка "5" ставится, если:

Практическая работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Обучающийся работал полностью самостоятельно: подобрал необходимые для выполнения предлагаемых работ источники знаний, показал необходимые для проведения практических и самостоятельных работ теоретические знания, практические умения и навыки. Работа оформлена аккуратно, в оптимальной для фиксации результатов форме.

Отметка «4» ставится, если:

Практическая или самостоятельная работа выполнена обучающимся в полном объеме и самостоятельно. Допускается отклонение от необходимой последовательности выполнения, не влияющее на правильность конечного результата (перестановка пунктов типового плана, последовательность выполняемых заданий, ответы на вопросы). Используются указанные источники знаний. Работа показала знание основного теоретического материала и овладение умениями, необходимыми для самостоятельного выполнения работы. Допускаются неточности и небрежность в оформлении результатов работы.

Отметка «3» ставится, если:

Практическая работа выполнена и оформлена с помощью учителя. На выполнение работы затрачено много времени. Обучающийся показал знания теоретического материала, но испытывали затруднения при самостоятельной работе со статистическими материалами.

Отметка «2» ставится, если:

Выставляется в том случае, когда обучающийся оказался не подготовленным к выполнению этой работы. Полученные результаты не позволяют сделать правильных выводов и полностью расходятся с поставленной целью. Обнаружено плохое знание теоретического материала и отсутствие необходимых умений.



## Контрольно-измерительные материалы

### 7 класс

#### Урок 4. Практическая работа «Таблицы»

Цель работы: научиться обрабатывать большой массив данных, представленных в табличном виде, используя формулы и встроенные функции.

Используемое программное обеспечение: Microsoft Excel.

Ход работы.

В электронную таблицу занесли данные о численности компьютерной техники, закупленной магазином. На рисунке приведены первые строки таблицы.

Модель	Цена	Количество	Производитель	Цвет
Ноутбук Lenovo Yoga 720 13 inch [720-13IKB 80X60059RK]	61 356,9	11	Lenovo	серебристый
Ноутбук Lenovo IdeaPad B70-80 [B7080 80MR00PSRK]	28 589,0	14	Lenovo	черный
Ноутбук Lenovo IdeaPad B51-30 [B5130G 80LK00JYRK]	24 401,3	7	Lenovo	черный
Ноутбук Lenovo ThinkPad T460 [T460 20FNS0J600]	85 472,2	6	Lenovo	черный
Ноутбук Lenovo IdeaPad B51-30 [B5130G 80LK00JYRK]	24 401,3	7	Lenovo	черный

Всего в электронную таблицу были занесены данные по 100 единицам компьютерной техники.

#### **Выполните задание.**

Откройте файл с данной электронной таблицей Ноутбуки.xlsx. На основании данных, содержащихся в этой таблице, выполните задания.

1. В столбце F1 таблицы введите слово **Стоимость**. Найдите стоимость моделей ноутбуков. Для этого в ячейку F2 введите формулу  $=B2*C2$  и скопируйте ее в остальные ячейки столбца: F2:F101.
2. В ячейке F102 найдите общую стоимость всей техники в магазине. Для этого используйте встроенную функцию СУММА(F2:F101).
3. С помощью функции **Фильтр** найдите количество серебристых ноутбуков. Ответ запишите в ячейке H2 таблицы.
4. С помощью статистической формулы СЧЁТЕСЛИ найдите количество ноутбуков ценой выше 100000 рублей. Ответ запишите в ячейке H3 таблицы.

Ссылка на файл, использующийся в работе: <https://disk.yandex.ru/i/6N1CqN8J-HeElw>

Возможный вариант практической работы на электронном ресурсе: <https://ptlab.mccme.ru/vertical/>

#### Урок 7. Практическая работа «Диаграммы»

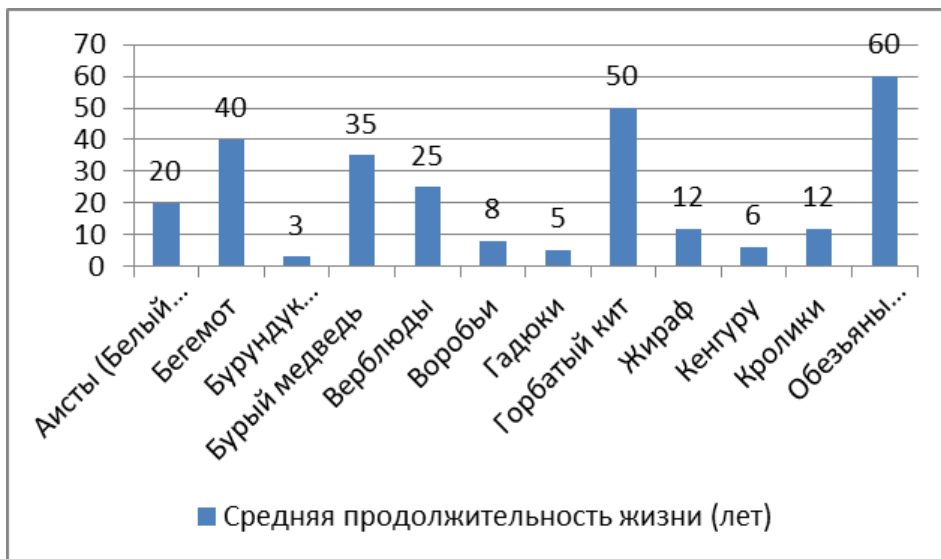
Цель работы: научиться строить столбчатые и круговые диаграммы

Используемое программное обеспечение: Microsoft Excel.

Ход работы.

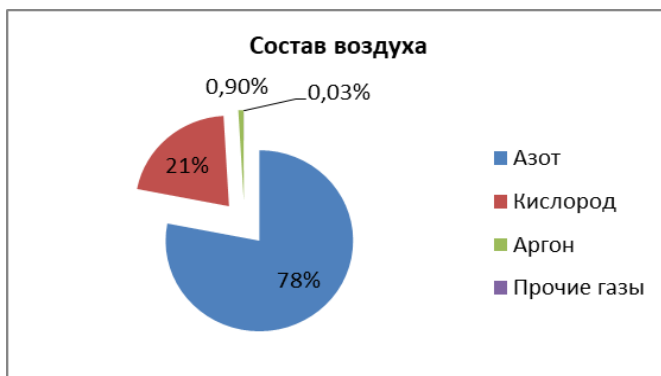
Животное	Средняя продолжительность жизни (лет)
Аисты (Белый аист)	20
Бегемот	40
Бурундук (Восточный)	3
Бурый медведь	35
Верблюды	25
Воробьи	8
Гадюки	5
Горбатый кит	50
Жираф	12
Кенгуру	6
Кролики	12
Обезьяны шимпанзе	60

Задание 1. В электронную таблицу занесли данные о средней продолжительности жизни некоторых животных. По данным таблицы постройте столбчатую диаграмму.



Задание 2. В электронную таблицу занесли данные о составе воздуха на Земле:  
По данным таблицы постройте круговую диаграмму распределения газов в воздухе.

Компонент воздуха	Процентное содержание
Азот	78%
Кислород	21%
Аргон	0,9%
Прочие газы	0,034%



Возможный вариант практической работы на электронном ресурсе: <https://ptlab.mccme.ru/vertical/>

## Урок 12. Практическая работа «Средние значения»

Цель работы: научиться обрабатывать большой массив данных, используя математические, статистические и логические функции.

Используемое программное обеспечение: Microsoft Excel.

Ход работы.

Вспомните назначение функций МАХ, СЧЁТ, СЧЁТЕСЛИ, СРЗНАЧ, СРЗНАЧЕСЛИ.

В электронную таблицу занесли данные о численности населения городов разных стран. На рисунке приведены первые строки получившейся таблицы.

	А	В	С
1	Город	Численность населения	Страна
2	Асмун	91,40	Египет
3	Винер-Нойштадт	39,94	Австрия
4	Люлебургаз	100,79	Турция
5	Фёклабрук	11,95	Австрия

В столбце А указано название города; в столбце В — численность населения (тыс. человек); в столбце С — название страны.

Всего в электронную таблицу были занесены данные по 1000 городов. Порядок записей в таблице произвольный.

**Выполните задание.**

Откройте файл с данной электронной таблицей Города.xlsx. На основании данных, содержащихся в этой таблице, выполните задания.

1. В каком городе наибольшая численность населения? Ответ запишите в ячейку E2 таблицы.
2. Сколько жителей в самом крупном по численности населения городе Египта? Ответ на этот вопрос (в тыс. человек) с точностью до двух знаков после запятой запишите в ячейку E3 таблицы.
3. Найдите среднюю численность населения городов, представленных в таблице. Ответ на этот вопрос (в тыс. человек) с точностью до двух знаков после запятой запишите в ячейку E4 таблицы.
4. Сколько городов Египта имеют жителей больше, чем средняя численность населения городов, представленных в таблице? Ответ на этот вопрос запишите в ячейку F3.

Ссылка на файл: <https://disk.yandex.ru/i/7zAWMi86XTFRjQ>

Возможный вариант практической работы на электронном ресурсе: <https://ptlab.mccme.ru/vertical> .

**Урок 15. Контрольная работа по темам «Представление данных. Описательная статистика»**

1. В таблице представлен объем экспорта естественного газа из России в некоторые страны мира в 2001 г.

Страны	Экспорт газа из России в 2001 г., млрд. куб. м	Страны	Экспорт газа из России в 2001 г., млрд. куб. м
Литва	2,68	Швейцария	0,34
Латвия	1,46	Турция	11,12
Эстония	0,82	Финляндия	4,64
Австрия	4,91	Франция	11,15
Болгария	3,32	Чехия	7,46
Венгрия	8,10	Словакия	7,52
Италия	20,20	Югославия	1,57
Германия	32,60	Нидерланды	0,13
Польша	7,51	Греция	1,52
Румыния	2,88		

По данным таблицы укажите:

- а) наиболее крупных потребителей российского газа (более 10 млрд. куб. м);
- б) государства, которые в 2001 г. получили менее 1 млрд. куб. м.;
- в) общий объем газа, экспортированного в 2001 г. в указанные страны.

2. За диктант по русскому языку учительница поставила 7 пятерок, 9 четверок, 8 троек и 2 двойки. Постройте столбиковую диаграмму по этим данным. Вычислите среднюю оценку.

3. Дан набор чисел 1; 3; -4; 2; 7; 5. Найдите среднее значение и медиану этого набора.

Ответы: 1) а) Италия, Германия, Турция, Франция; б) Эстония, Швейцария, Нидерланды; в) 129,93; 2) 4; 3) 2,3 и 2,5.

**Урок 21. Практическая работа «Случайная изменчивость»**

<https://ptlab.mccme.ru/vertical> - электронный ресурс практической работы.

Цель работы:

Научиться средствами Excel группировать данные, находить частоту и строить гистограммы (диаграммы частот). Извлекать из построенных гистограмм простейшую описательную информацию.

Раздаточный материал и программное обеспечение:

1. ПК с установленным на нем процессором электронных таблиц;
2. Файл с электронной таблицей PR4\_work.xlsx (ссылка на файл: <https://disk.yandex.ru/i/qt7oMhpizsguuA>).

Ход работы

Откройте файл PR4\_work.xlsx, изучите его содержимое.

**Задание 1.** Откройте лист «Задание 1». В ячейках A2–A241 содержатся данные о напряжении в домашней электросети, полученные при помощи бытового вольтметра в течение дня в отдельные моменты (всего 240 измерений).



Рис. 1 Бытовой вольтметр

**Средние значения.** Сначала найдите меры центральной тенденции массива. Для этого в ячейки D1 – D4 впишите формулы для среднего арифметического, медианы, наименьшего и наибольшего значений (рис. 2).

	A	B	C	D
1	Напряжение, В		Среднее арифметическое	220,225
2	223		Медиана	
3	220		Минимум	
4	227		Максимум	
5	216			

Рис. 2 Нахождение мер центральной тенденции

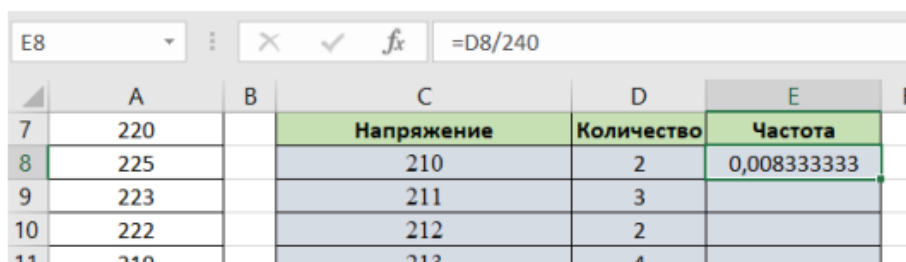
**Группировка и нахождение частот.** В ячейках C8 – C28 содержатся значения напряжения от 210 (минимум) до 230 вольт (максимум). Нужно найти, сколько раз вольтметр зафиксировал каждое из этих значений. Для этого воспользуемся функцией СЧЁТЕСЛИ. Синтаксис (правила написания) функции в Excel: =СЧЁТЕСЛИ(массив; число).

B	C	D
	Напряжение	Количество
	210	2
	211	

Рис. 3 Применение функции СЧЁТЕСЛИ

Найдем, сколько раз в массиве встречается значение «210» – оно записано в ячейке C8. Для этого в ячейку D8 впишем формулу (рис. 3). Скопируйте эту формулу в ячейки D9 – D28. Теперь нужно найти частоты каждого события. Все числа в полученном массиве нужно разделить на 240 – общее число измерений: получится массив частот.

Введём формулу для частоты события «210 В» в ячейку E8 (см. рис. 4).



	A	B	C	D	E	F
7	220		Напряжение	Количество	Частота	
8	225		210	2	0,008333333	
9	223		211	3		
10	222		212	2		
11	219		213	4		

Рис. 4 Вычисление частоты

Скопируйте эту формулу в ячейки E9 – E28; получится массив частот.

**Гистограмма.** Постройте столбиковую диаграмму частот – гистограмму для массива частот (ячейки E8 – E28). Оформите гистограмму должным образом: выберите данные для горизонтальной оси (на ней должны отображаться значения напряжения), подберите красивый боковой зазор между столбиками, выберите цвет оформления.

**Вопрос.** Как описать одним-двумя словами форму гистограммы? Какие из известных вам величин имеют внешне похожий закон распределения?

### Урок 30. Практическая работа «Частота выпадения орла»

Цель работы:

- формирование понятие "частота случайного события",
- формировать умение находить частоту случайного события,

Оборудование: монетка, карандаш, линейка, ручка, тетрадь

1 этап.

Приготовьте монету. Начертите таблицу 1 в тетради или воспользуйтесь файлом-приложением. Чтобы определить, как часто при бросании монеты выпадает орел, будем подбрасывать монету и фиксировать число выпадений орла. Если выпал орел – ставьте черточку в первой строке, если решка – во второй строке. Бросьте монету 100 раз и заполните таблицу 1 (воспользуйтесь символом ≡).

Таблица 1

Сторона монеты	Выпало	Количество выпадений	Частота
Орел			
Решка			
Всего:		100	

2 этап.

а) Заполните последний столбец таблицы 1, определив частоту выпадения орла по формуле (все числа округлите до сотых):

$$\text{частота} = \frac{\text{количество выпадений орла}}{\text{общее количество бросков}}$$

В данном эксперименте знаменатель во всех вычислениях равен 100 – общему числу бросков, а в числитель подставьте числа, полученные в опыте.

б) Предположите, какая теоретически должна быть частота выпадения орла при бросании монеты? Почему?

в) Сравните свои экспериментально полученные результаты с предполагаемым. г) Как можно найти частоту появления решки в данном эксперименте? (Укажите два способа!) Предположите, сколько раз мы можем ожидать выпадение орла, если сделать 10000 бросков монеты? А если сделать 24 000 бросков? При 4040 бросках монеты?

### Урок 31. Контрольная работа по темам «Случайная изменчивость. Графы. Вероятность случайного события»

1. В сосуд с теплой водой погрузили 10 термометров. Термометры показали следующие результаты:

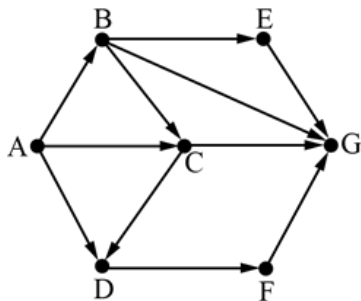
34,5°; 35,1°; 34,4°; 34,2°; 34,7°; 34,6°; 35,0°; 34,2°; 34,5°; 34,8°.

а) Чем может объясняться изменчивость в показаниях термометров? Назовите хотя бы две возможные причины.

б) Расположите полученные значения по возрастанию.

в) Найдите среднее значение температуры и размах полученного набора.

2. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, В, С, D, E, F, G. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город G?



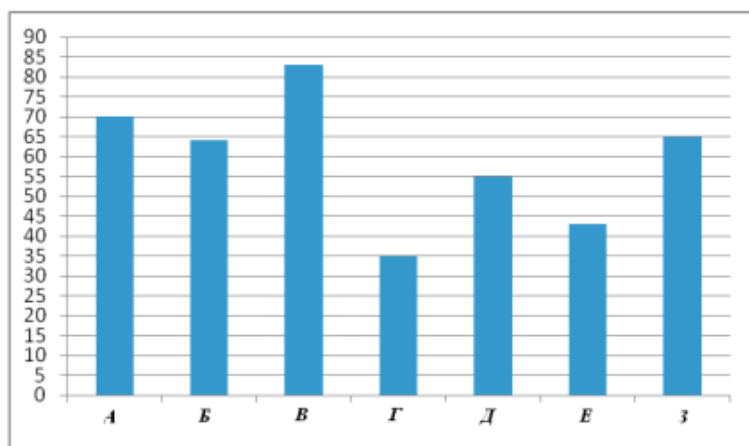
3. Игральный кубик бросили 50 раз, причем шестерка выпала 5 раз. Найдите частоту этого события.

Ответы: 1) в) 34,6 и 0,9; 2) 7; 3) 0,1.

## 8 класс

### Урок 4. Входная контрольная работа

1. Рейтинговое агентство проводило опрос среди покупателей «Какой книжный магазин вам больше нравится?» Столбиковая диаграмма показывает рейтинги семи магазинов (в баллах) по результатам опроса.

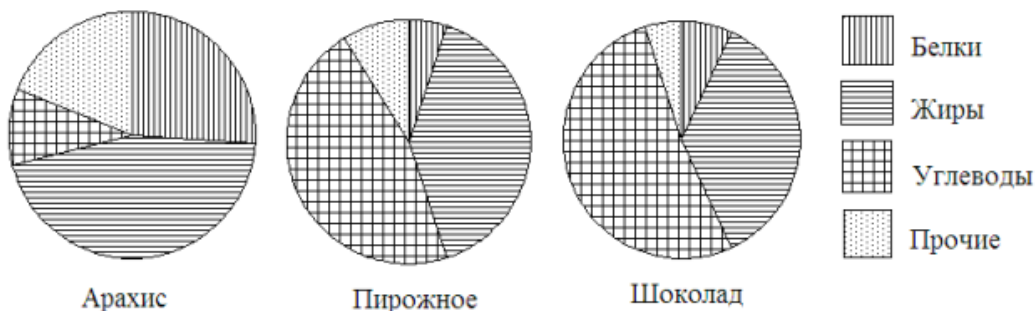


По диаграмме определите:

а) какой магазин получил наибольшее число голосов по результатам опроса;

б) сколько магазинов набрало более 60 баллов?

2. На рисунке показаны три круговые диаграммы, отражающие содержание питательных веществ в трех разных продуктах.



- а) Определите, в каком из этих продуктов содержание белков наибольшее;  
 б) определите, каких питательных веществ больше всего в шоколаде.

3. Дан набор чисел 1; 3; 4; 2; 7; 5. Найдите среднее значение и медиану этого набора.

Ответы: 1) а) В, б) 4. 2) а) Арахис, б) Углеводы. 3) 3,7 и 3,5

### Урок 13. Контрольная работа по темам «Статистика. Множества»

1. В лаборатории производится анализ крови. Содержание гемоглобина в крови вычисляется как среднее арифметическое результатов нескольких измерений.

Таблица содержит результаты пяти измерений гемоглобина (г/л) в одной пробе крови пациентки.

Номер измерения	1	2	3	4	5
Содержание гемоглобина (г/л)	130	140	110	50	120

- а) Найдите среднее арифметическое результатов измерений;  
 б) Найдите дисперсию измерений.

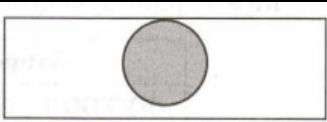

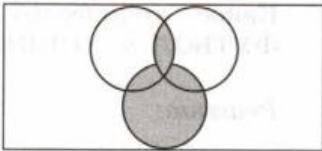
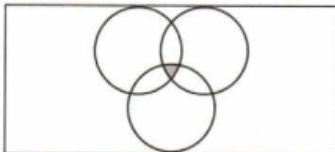
**Выбрано правило:** если квадрат отклонения некоторого значения от среднего арифметического превышает дисперсию больше чем в 3,5 раза, то это значение считается ненадежным (выбросом) и в дальнейшем не учитывается.

- в) Определите, является ли значение 50 ненадежным в соответствии с выбранным правилом.  
 г) Найдите среднее арифметическое всех надежных значений.  
 д) Нормальное содержание гемоглобина в крови у женщин 120–150 г/л. Можно ли считать, что у данной пациентки нормальное содержание гемоглобина?

2. Даны множества  $A = \{5; 10; 15; 20\}$ ,  $B = \{5; 15; 25\}$ ,  $C = \{10; 15\}$ . Найти:

- а) пересечение множеств А и В;  
 б) пересечение множеств А и С;  
 в) пересечение множеств А, В и С;  
 г) объединение множеств А и В;  
 д) объединение множеств В и С;  
 е) объединение множеств А, В и С.

3. Установите соответствие:

1	$(A \cap B) \cup C$	А	
2	$A \cap B \cap C$	Б	
3	В	В	
4	$A \cup B$	Г	

Ответы: 1)

**Возможное решение.** а) Среднее арифметическое

$$\frac{130+140+110+50+120}{5} = 110.$$

б) Отклонения от среднего арифметического: 20, 30, 0, -60, 10.

Квадраты отклонений: 400, 900, 0, 3600, 100.

Дисперсия:

$$\frac{400+900+3600+100}{5} = \frac{5000}{5} = 1000.$$

в) Квадрат отклонения числа 50 от среднего равен 3600.

$$\frac{3600}{1000} = 3,6 > 3,5,$$

значит, значение 50 ненадежное.

г) Среднее арифметическое надежных значений:

$$\frac{130+140+110+120}{4} = \frac{500}{4} = 125.$$

д) Число 125 больше 120, но меньше 150. Поэтому можно считать, что содержание гемоглобина у пациентки в норме.

**Ответ: а) 110; б) 1000; в) ненадежное; г) 125; д) да, можно**

2) а)  $A \cap B = \{15\}$ ; б)  $A \cap C = \{10, 15\}$ ; в)  $A \cap B \cap C = \{15\}$ ; г)  $A \cup B = \{5, 10, 15, 20, 25\}$ ; д)  $B \cup C = \{5, 10, 15, 25\}$ ;  $A \cup B \cup C = \{5, 10, 15, 20, 25\}$ ; 3) 1 - В, 2 - Г, 3 - А, 4 - Б

## Урок 19. Практическая работа «Опыты с равновозможными элементарными событиями»

1. Игральный кубик бросают один раз.

а) Сколько элементарных событий у этого эксперимента?

б) Сколько элементарных событий этого эксперимента благоприятствуют событию «выпало не менее 3 очков»?

2. Монету бросают три раза. Запишите перечислением элементарных исходов событие  $A$  «ни разу не выпали два орла подряд». Для орла и решки используйте обозначения О и Р.

3. Школьная конференция проектных работ проводится в 4 дня. Всего запланировано 30 презентаций: в первые два дня по 9 презентаций, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется презентация Пети Васечкина. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что доклад Пети Васечкина окажется запланированным на последний день конференции?

4. В коробке 250 лампочек, из них 90 лампочек мощностью 90 Вт, 50 лампочек мощностью 60 Вт, 70 лампочек мощностью 25 Вт, остальные лампочки имеют мощность 15 Вт. Найдите вероятность того, что мощность случайно выбранной лампочки не превысит 60 Вт.

5. В некотором случайном опыте всего три элементарных события  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Вероятность того, что наступит либо  $a$ , либо  $b$ , равна 0,6. Вероятность того, что наступит либо  $a$ , либо  $c$ , равна 0,8. Найдите вероятность каждого из элементарных событий.

Ответы:



1. а) 6; б) 4.

2.  $A = \{ОРО, ОРР, РОР, РРО, РРР\}$  или просто ОРО, ОРР, РОР, РРО, РРР.

3. **Решение.**  $N(A) = \frac{30 - 9 \cdot 2}{2} = 6$  — количество докладов в последний день.

Поэтому  $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{6}{30} = 0,2$ .

**Ответ:** 0,2.

4. **Первый способ.** Количество лампочек мощностью 15 Вт равно  $250 - 90 - 50 - 70 = 40$ . Поэтому событию  $A$  «мощность случайно выбранной лампочки не превысит 60 Вт» благоприятствует  $N(A) = 50 + 70 + 40 = 160$

элементарных событий. Следовательно,  $P(A) = \frac{160}{250} = 0,64$ .

**Второй способ.**  $N(\bar{A}) = 90$ ,  $P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N} = \frac{90}{250} = 0,36$ , поэтому

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,36 = 0,64.$$

**Ответ:** 0,64.

5. **Решение.** Из условия следует, что

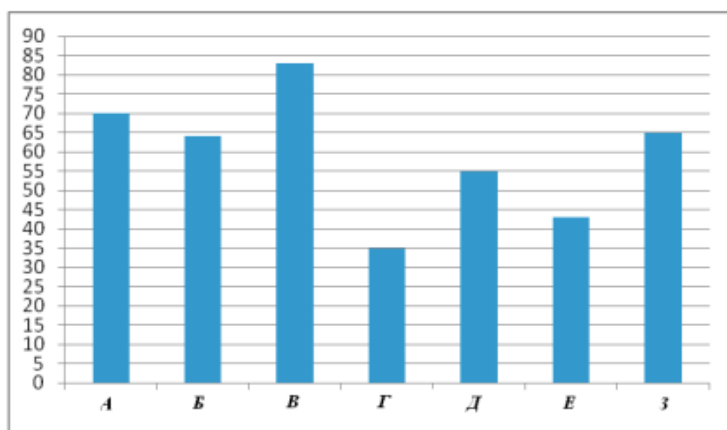
$$\begin{cases} P(a) + P(b) = 0,6, \\ P(a) + P(c) = 0,8. \end{cases}$$

Сложим эти равенства и получим:  $2P(a) + P(b) + P(c) = 1,4$ . Учитывая, что  $P(a) + P(b) + P(c) = 1$ , получаем:  $P(a) = 0,4$ . Тогда  $P(b) = 0,2$  и  $P(c) = 0,4$ .

**Ответ:**  $P(a) = 0,4$ ,  $P(b) = 0,2$ ,  $P(c) = 0,4$ .

### Урок 33. Контрольная работа по темам «Случайные события. Вероятность. Графы»

1. Рейтинговое агентство проводило опрос среди покупателей «Какой книжный магазин Вам больше нравится?» Столбиковая диаграмма показывает рейтинги семи магазинов (в баллах) по результатам опроса.



По диаграмме определите:

- какой магазин получил наибольшее число голосов по результатам опроса;
- сколько магазинов набрало более 60 баллов?

2. В таблице указано количество проданной минеральной воды (в тыс. бутылок) в весенние и летние месяцы за два года (по данным компании-производителя).

	2007	2008
Март	100	105
Апрель	104	111
Май	112	110
Июнь	119	126
Июль	120	125
Август	110	120

- а) Вычислите среднее арифметическое данных за все летние месяцы.  
 б) Вычислите среднее арифметическое данных за все весенние месяцы.  
 в) Дайте возможное объяснение тому, что найденные показатели отличаются друг от друга.

3. В городе планируется построить метрополитен, в котором три линии – Южная, Западная и Кольцевая. Художнику поручено нарисовать схему будущего метрополитена, причем каждая линия должна иметь свой цвет.

Художник использует три цвета: красный, синий и зеленый.

- а) Сколько существует возможных вариантов распределения цветов?  
 б) Перечислите все варианты с помощью таблицы.

4. На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них 3 гимнастки из России, 2 гимнастки из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что:

- а) первой будет выступать гимнастка из России;  
 б) последней будет выступать гимнастка или из России, или из Китая.

Ответы: 1. Возможное решение. Самый высокий столбик соответствует магазину В. Более 60 баллов набрали магазины А, Б, В и З. Всего 4 магазина.

Ответ: а) В, б) 4

Задание на чтение столбиковой диаграммы. От учащихся не требуется ни пояснений, ни развернутых ответов. Отсутствие какой бы то ни было записи решения не является основанием для снижения отметки.

2. а) 120; б) 107; в) Вероятно, весной минеральную воду покупают меньше, потому что не так жарко, как летом, и пить хочется меньше.

Ответ на пункт в) может быть самым непредсказуемым. Например – отличие небольшое, потому что хотя летом воды пьют больше, но все разъехались на дачи и покупают воду в других магазинах. Или: продажи весной и летом отличаются, потому что весной покупателям вода этого завода понравилась, и летом они стали покупать ее больше. Главный критерий – рассуждение содержит возможное, правдоподобное объяснение ситуации.

3. Возможное решение. Сначала решим пункт (б), перечислив варианты. Построим таблицу и заполним ее. Если Южная линия имеет красный цвет, то Западная и Кольцевая имеют соответственно зеленый и синий или наоборот. Внесем эти два варианта в таблицу и найдем еще по два варианта в случаях, когда Южная линия имеет синий или зеленый цвет. Получим таблицу.

Южная	К	К	С	С	З	З
Западная	З	С	К	З	К	С
Кольцевая	С	З	З	К	С	К

Тогда всего существует 6 раскрасок.

- а) 6  
 4.

**Возможное решение.** а) при выборе первой гимнастки общее число элементарных событий  $N = 18$ , число элементарных событий, благоприятствующих событию  $A = \{\text{первая из России}\}$ ,  $N(A) = 3$ .

$$\text{Тогда } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}.$$

б) Пусть  $B = \{\text{последняя из России или из Китая}\}$ .

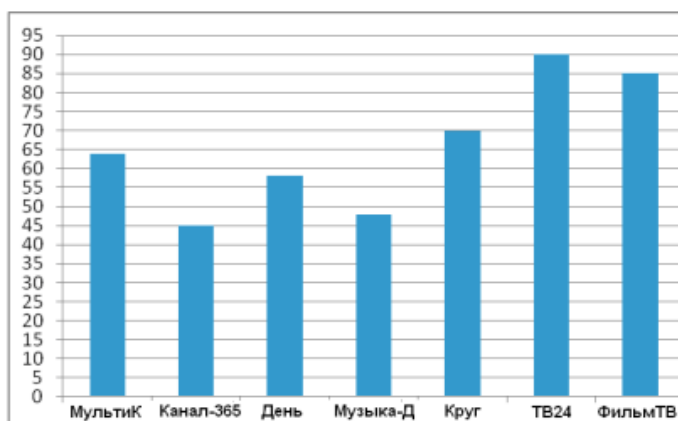
$$N = 18, N(B) = 3 + 2 = 5, P(B) = \frac{5}{18}.$$

Учащийся может не обозначать события буквами. Запись решения может быть более или менее подробной, чем приведенная в примерном решении.

## 9 класс

### Урок 4. Входная контрольная работа

1. Рейтинговое агентство проводило опрос среди телезрителей «Какой телеканал Вам больше нравится?» На диаграмме показаны рейтинги семи телевизионных каналов (в баллах) по результатам опроса.



По диаграмме определите:

- какой канал получил наименьшее число голосов по результатам опроса;
- сколько каналов набрали менее 50 баллов?

2. В таблице указано количество проданных порций мороженого (в тыс. штук) в летние и осенние месяцы за два года (по данным компании-производителя).

	2007	2008
Июнь	815	843
Июль	817	915
Август	507	543
Сентябрь	411	500
Октябрь	225	450
Ноябрь	211	411

- Вычислите среднее арифметическое данных за все летние месяцы.
- Вычислите среднее арифметическое данных за все осенние месяцы.
- Дайте возможное объяснение тому, что найденные показатели отличаются друг от друга.

3. В городе три района – Заречный, Фабричный и Центральный. Художнику поручено нарисовать план города, причем каждый из районов должен быть выделен своим цветом. Художник решил использовать три цвета: розовый, голубой и желтый.

- Сколько существует возможных вариантов распределения цветов?
- Перечислите все варианты с помощью таблицы.

4. На чемпионате по прыжкам в воду выступает 20 спортсменов, среди них 5 прыгунов из России и 3 прыгуна из США. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что:

а) первым будет прыгать спортсмен из США;

б) вторым будет прыгать спортсмен или из России, или из США.

Ответы:

1 а) Канал-365 б) 2;

2 а) 740 б) 368 в) Осенью люди покупают меньше мороженого, чем летом потому, что осенью холоднее;

3 а) 6

б)

Заречный	Р	Р	Г	Г	Ж	Ж
Фабричный	Ж	Г	Р	Ж	Р	Г
Центральный	Г	Ж	Ж	Р	Г	Р

4 а)  $\frac{3}{20}$  б)  $\frac{2}{5}$ ;

### Урок 8. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»

Цель работы: научиться вычислять вероятности, используя комбинаторные функции электронных таблиц.

Ход работы.

#### Задание 1. Классическое определение вероятности

С использованием средств пакета MS Excel создать шаблон для вычисления вероятности (классическое определение).

#### Ход выполнения задания

1. Запустить программу для работы с электронными таблицами (Пуск-Программы-Microsoft Office Excel)

2. Переименовать «Лист1» в «Расчет вероятности» (правой кнопкой мышки на ярлычке Листа 1, выбрать «Переименовать»).

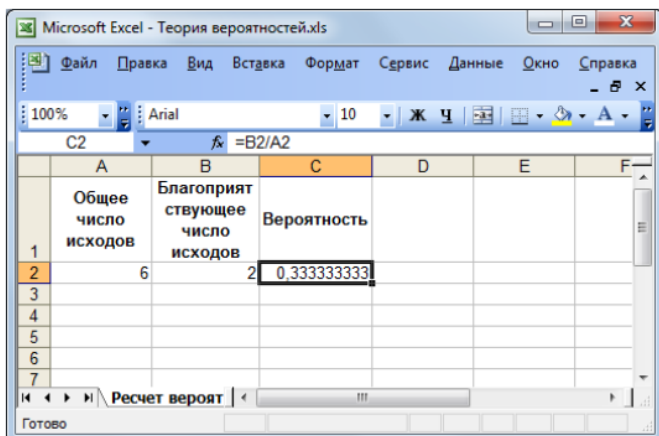
3. Установить курсор мыши в ячейку A1 и ввести текст «Общее число исходов испытания».

4. Установить курсор мыши в ячейку B1 и ввести текст «Благоприятствующее число исходов испытания».

5. Установить курсор мыши в ячейку C1 и ввести текст «Вероятность». В ячейку A2 мы будем вводить число, соответствующее общему количеству всех возможных исходов события, а в ячейку B2 – количество исходов, благоприятствующих появлению интересующего исхода. Для вычисления вероятности необходимо в ячейку C2 ввести формулу, которая, по классическому определению вероятности, будет подсчитывать и выводить в данную ячейку результат деления благоприятствующего количества исходов на общее количество. Таким образом, формула в данной ячейке должна быть следующая: =B1/A1

6. Введите в ячейки A2 и B2 значения, которые определяются из условия следующей задачи: Игральный кубик бросается один раз. Какова вероятность того, что на верхней грани выпадет четное число, большее 3-х?

Решение: Общее число исходов равно шести, так как в игральном кубике 6 граней, соответствующих определенным числам. Исходы, благоприятствующие появлению интересующего события, состоят в выпадении на верхней грани кубика либо четверки, либо шестерки. Следовательно, число благоприятствующих исходов испытания равно двум. Тогда электронная таблица примет вид:



С использованием шаблона решить следующие задачи:

- Монета брошена один раз. Найти вероятность появления герба.
- В коробке 4 синих и 5 красных футболок. Наудачу вытягивают одну футболку. Найти вероятность того, что она окажется синей.
- Студент выучил только 5 билетов из 20 возможных. Какова вероятность того, что наудачу вытянутый билет окажется выученным?

### **Задание 2. Основные формулы комбинаторики**

С использованием средств пакета MS Excel реализовать возможности вычислений по основным формулам комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки).

#### **Сочетания**

Пример типовой задачи на сочетания: имеется 2 красных и 5 желтых тюльпанов; букет составляют из 3-х цветков; сколько различных вариантов составления букета? Здесь берется подмножество из 3-х элементов из множества, состоящего из 7-ми элементов, порядок совершенно не важен.

1. В ранее созданном файле (при выполнении задания 1) переименовать «Лист 2» в «Комбинаторика». Число сочетаний можно вычислить с помощью функции ЧИСЛОКОМБ(n;k), которая относится к математическим функциям

2. На соответствующем листе введите заголовок в ячейку А1 («Сочетания»). 5. В ячейку А2 введите текст «Общее число элементов», в ячейку В2 – «Число элементов подмножества», в ячейку С2 – «Число сочетаний».

3. Объедините ячейки А1, В1 и С1. Для этого выделите соответствующие ячейки и выберите пункт «Формат ячеек» из меню «Формат», либо из контекстного меню. В открывшемся окне активируйте пункт «Объединение ячеек». Нажмите ОК.

4. Измените формат ячеек с заголовками согласно предыдущему заданию.

5. В ячейку С3 введите формулу для вычисления сочетаний: =ЧИСЛОКОМБ(А3;В3)

6. Подставьте значения, указанные в примере выше, для вычисления числа сочетаний

#### **Размещения**

Пример типовой задачи на вычисление размещений: в группе 5 девушек и 8 юношей. Для представительства этой группы на конференции выбирают 4 человека, которым присваиваются номера для выступления на данной конференции. Сколько различных вариантов составления такой группы можно построить? В данной задаче будет меняться как состав подмножества, так и порядок элементов данного подмножества. Поэтому применяется формула для вычисления размещений. Вычисление размещений средствами MS Excel можно реализовать с применением функции ПЕРЕСТ(n;k), где n – число элементов исходного множества, а k – число элементов выбранного подмножества.

1. Выделите в листе «Комбинаторика» диапазон ячеек А1:С2. Скопируйте их содержимое в буфер (либо сочетанием клавиш Ctrl+C, либо Правка – Копировать).

2. Установите курсор мыши в ячейку Е1. Вставьте содержимое буфера (сочетание клавиш Ctrl+V или Правка – Вставить).

3. Замените текст ячейки Е1 на «размещения», а текст ячейки G2 – на «Число размещений».

4. В ячейку G3 введите вышеуказанную функцию для вычисления размещений.

5. Решите задачу, указанную как типовую в данном задании.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Сочетания			Размещения		
2	Общее число элементов	Число элементов подмножества	Число сочетаний		Общее число элементов	Число элементов подмножества	Число размещений
3	7	3	35		13	4	17160

## Перестановки

Пример типовой задачи на вычисление перестановок: сколько способов существует для того, чтобы расставить 5 различных книг на книжной полке? Важен порядок, количество элементов сохраняется, значит – перестановка. Это частный случай размещений. Вычисление перестановок можно выполнить с использованием той же функции ПЕРЕСТ( $n;n$ ). Заметьте, что оба параметра у данной функции в данном случае будут ссылаться на одну и ту же ячейку, так как количество элементов сохраняется.

1. В ячейку I1 введите текст «Перестановки», объедините ее с ячейкой J1.
2. В ячейки I2 и J2 введите текст «Число элементов» и «Число перестановок», соответственно.
3. Отформатируйте данные заголовки.
4. В ячейку J3 введите формулу для вычисления перестановок.
5. Решите типовую задачу, указанную выше.

**Самостоятельно** с использованием данного шаблона решите следующие комбинаторные задачи (для вычислений можно использовать свободные ячейки, если явно в условии задачи не указано количество элементов множества и выбираемого подмножества):

- 1) Сколькими способами могут восемь человек стать в очередь к театральной кассе?
- 2) В магазине "Все для чая" есть 5 разных чашек и 3 разных блюда. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?
- 3) В автомашине 7 мест. Сколькими способами семь человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только трое из них?
- 4) Алфавит некоторого языка содержит 30 букв. Сколько существует шестибуквенных слов (цепочка букв от пробела до пробела), составленных из букв этого алфавита, если: (а) буквы в словах не повторяются? (б) буквы в словах могут повторяться?
- 5) Сколькими способами из восьми человек можно избрать комиссию, состоящую из пяти членов?

## Урок 14. Полугодовая контрольная работа

1. На отрезок  $[-1;7]$  случайным образом бросается точка X. С какой вероятностью точка попадет в заданный отрезок  $3,5 \leq x \leq 6,5$ ?
2. Сколько различных последовательностей (не обязательно осмысленных) можно составить из букв слова «книга»?
3. Найдите вероятность того, что три последние цифры случайно выбранного телефонного номера — это цифры 2, 3, 1 в произвольном порядке.
4. В классе 20 учеников. Учитель решил проверить домашнюю работу у 6 из них. Сколько существует способов выбрать учеников для проверки?
5. На книжной полке 6 учебников и 3 сборника стихов. Найдите вероятность того, что среди случайно выбранных 5 книг окажется 3 учебника и 2 сборника.

Ответы: 1)  $P(3,5 \leq x \leq 6,5) = (6,5 - 3,5) / (7 - (-1)) = 0,375$ ; 2)  $5! = 120$ ; 3) Число элементарных событий  $N = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ , Количество перестановок из данных цифр  $3! = 6$ , вероятность равна  $P = 6/1000 = 0,006$ ; 4) 38760; 5) Так как книг на полке всего 8 штук (5+3), а случайно выбираются 5 книг, то всего различных способов взять 5 книг с полки будет сочетанием без повторения 5 из 9, а именно  $9! / (5! \cdot 4!) = 126 = N$ . Далее необходимо найти n-число благоприятствующих исходов. Это число будет равно произведению двух сочетаний: 3 из 6 и 2 из 3. 3 из 6 =  $6! / (3! \cdot 3!) = 20$  и 2 из 3 =  $3! / (2! \cdot 1!) = 3$ , следовательно благоприятствующих исходов всего  $20 \cdot 3 = 60$ . Тогда получаем, что вероятность того, что среди случайно отобранных 5 книг окажется 3 учебника и 2 сборника равна  $P = 60 / 126 = 0,48$ .

## Урок 18. Практическая работа «Испытания Бернулли»

<https://ptlab.mccme.ru/node/188> - электронный ресурс

## Урок 33. Итоговая контрольная работа.

1. После бури между 40-м и 70-м километром телефонной линии произошел обрыв провода. Ремонтная бригада, обслужившая этот участок, находится на 50-м километре. В какую сторону ей лучше выезжать? С какой вероятностью ваш совет окажется правильным?
2. Сколько элементарных событий с 4 успехами возможно в серии из 10 испытаний Бернулли?
3. Найдите вероятность выбросить ровно 6 орлов, 10 раз бросив монету.
4. Бросают две игральные кости. События А - на первой кости выпало меньше 3 очков. Событие В - на второй кости выпало больше 4 очков. Выпишите элементарные события, благоприятствующие событию  $A \cap B$ . Опишите словами это событие и найдите его вероятность.
5. Из ящика, где хранятся 5 желтых и 7 красных карандашей, продавец, не глядя, вынимает один за другим 3 карандаша. Найдите вероятность того, что все карандаши окажутся желтыми.

Ответы: 1)  $70 - 40 = 30$  км - длина участка.  $70 - 50 = 20$  км - расстояние от места расположения ремонтной бригады до 70-го км участка телефонной линии.  $50 - 40 = 10$  км - расстояние от места расположения ремонтной бригады до 40-го км участка телефонной линии. Вероятность того, что обрыв произошёл между 40-м км и местом расположения бригады равен:  $P = 10/30 = 1/3$

Вероятность того, что обрыв произошёл между 70-м км и местом расположения бригады равен:  $P = 20/30 = 2/3$ .  $1/3 < 2/3 \Rightarrow$  шансы в пользу того, что бригаде нужно ехать в сторону 70-го км равны: два к одному (2:1).

2) 210; 3)  $p = 1/2$ ,  $q = 1 - 1/2 = 1/2$ ,  $p = (10! / (4! \cdot 6!)) \cdot (1/2)^4 \cdot (1/2)^6 = 210 \cdot 1/16 \cdot 1/64 \approx 0,21$ ;

4) Появление события А означает, что выпало 1 или 2 очка. Появление события В означает, что выпало 5 или 6 очков. Элементарные события, благоприятствующие совместному появлению событий А и В: (1; 5), (2; 5), (1; 6), (2; 6). Всего 4 события  $m = 4$ .

Общее число исходов при бросании двух игральных костей:  $n = 6 \cdot 6 = 36$ .

Вероятность совместного появления событий А и В:  $P = m/n = 4/36 = 1/9 \approx 0,111$ .

5) Всего карандашей – 12. Вероятность того, что первый жёлтый  $5/12$ , второй -  $4/11$  (так как осталось уже 11 карандашей и лишь 4 жёлтых), третий -  $3/10$

События независимые, поэтому вероятность того, что все окажутся жёлтыми, равна произведению вероятностей  $p = 5/12 \cdot 4/11 \cdot 3/10 = 60/1320 \approx 0,045$ .